建部賢弘の著と考えられる『弧背截約集』と『弧背率』・『弧背術』の関係 : 建部賢弘の元禄時代と享保時代の円理の研究(数学史の研究)

AUTHOR(S):

横塚, 啓之

数理解析研究所講究録
1513巻 2006年 144-151

建部賢弘の著と考えられる『弧背截約集』と『弧背率』・『弧背術』の関係

—建部賢弘の元禄時代と享保時代の円理の研究—

横塚　啓之（Hiroyuki Yokotsuka）

1．はじめに

筆者は今年(2005年)の1月に建部賢弘(1664～1739)の著と考えられる『弧背截約集』上・中・下と『弧背率』,『弧背密術』上・下という3種の写本をある古書店より入手した。このうち,『弧背截約集』については建部賢弘の著としてまったく知られていなかったばかりでなく，和算書としてもその存在すら聞いたことがなかったものである。これらの入手の経緯や建部賢弘の著である根拠などについては,すでに拙稿「建部賢弘の著と考えられる『弧背截約集』について」(『数学史研究』182号，(2005年),1-39頁，以下では「前稿」と記す）に記した。『弧背率』は宮城県立図書館，伊達文庫蔵，請求番号KD090/セ5/474·164の『弧背率』という写本の内容とほとんど同じで,『弧背密術』は宮城県立図書館,伊達文庫蔵，請求番号KD090/セ5/474·385の『弧背率書』という写本とほぼ同じである。そして,『弧背術』上・下（日本学士院蔵，請求番号8898）とも概ね同じである。これら3書が同時に発見されたことは意味がある。本稿では，前稿と重複するところもあるが，まず『弧背截約集』を建部賢弘の著とする主な根拠を簡単に説明し，それから『弧背截約集』と『弧背率』,『弧背術』上・下（日本学士院蔵，請求番号8898など）または『弧背密術』上・下（『弧背術』と細部では違いがあるが，本稿で扱う範囲ではそのことは影響しない）の関係について述べることにしたい。

2．『弧背截約集』を建部賢弘の著とする主な根拠

①上巻の最初（第一丁表～第十丁裏五行目）に，円周率の計算が記されている。最初にその計算方法が文章で記され，その後に，計算の途中経過がほぼすべて記されている。円に内接する正2^n角形のn=2からn=10までの周の長さを用いて，累遍増約術によって，直径一尺の円の円周（円周率）を計算している。その結果は,『綴術算経』(写本，国立公文書館，内閣文庫蔵，請求番号194/0214),『綴術算経』(写本，東北大学，狩野文庫蔵，狩野7-20526-1),『建部先生綴術真本』(写本，東京大学，南葵文庫蔵，T20-74）と同じく，小数第41位まで記されており，第十丁表に

「三尺一四一五九二六五三五八九七九三二三八四六二六四三三八三二七九五〇二八八四一九七一二」

とあって，その数値もまったく一致している。(ただし，内閣文庫本のみ最後に「強」とある。）その末尾は記されているとおりに，正しく計算すると,

3.14159265358979323846264338327950288419709<u>88</u>…

となるはずであるが，途中の計算において，正八角形の一辺と周の長さに誤りがあることが原因で,最後の1桁が「二」となってしまったことがわかる。また，末位から2桁目は偶然正しい円周率と一致していたことも判明する。

このように末尾の「二」については誤っているわけであるが，その誤りも含めて『綴術算経』(内閣本，狩野本）や『建部先生綴術真本』(東大本）と桁数と数値がまったく一致していることやその誤りの原因がわかることが賢弘の著である1つの根拠である。

②中巻の第十三丁表～第十六丁表には，現代数学でいう$(d \arcsin x)^2$（dは円の直径）の無限級数展開式に相当する半背冪の計算方法（公式）が記されている。

第十三丁表には「弧背本源術　享保七年追加」とあり，それに続いて，円の直径をd，矢をc，それに対する弧をsとして，現代の数式で表すと，（以下ではd，c，sの意味は同様である）

$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 = cd + \frac{1}{3}c^2 + (\text{一差}) \times \frac{c}{d} \times \frac{8}{15} + (\text{二差}) \times \frac{c}{d} \times \frac{9}{14} + (\text{三差}) \times \frac{c}{d} \times \frac{32}{45} + (\text{四差}) \times \frac{c}{d} \times \frac{25}{33} + (\text{五差}) \times \frac{c}{d} \times \frac{72}{91} + \cdots \quad \cdots(1)$$

（(一差)，(二差)，(三差)，…は，ここではそれぞれ第2項，第3項，第4項，…を指す。）
に相当する計算が記されている。これは『綴術算経』（内閣文庫本）の第四十五丁裏～第四十六丁表に記されている「原術」と同じであり，『弧背術』上（学士院本）では「以矢径求背真術」のところに，『弧背密術』（私蔵本）では「背冪自然原数」のところに同じ公式が記されている。

第十四丁裏一行目～六行目には，乗率，除率の求め方が説明され，そのすぐあとの第十四丁裏の七行目～十行目には

「右ノ術ヲ以テ背冪ヲ求ルニ綴砕ノ法ヲ不用，直ニ真数ヲ得ルコト掌ヲ指カ如シ。弧背造化ノ数ヲ得タリト謂ヘシ。享保七年壬寅正月十三日忽然トシテ会シ得タリ。嗚呼，誰在テカ此妙ヲ語ラン。賢明，世ニ在サハ甚称美シ玉ハンコトヲ。」

とある。これによって，(1) 式に相当する計算方法（公式）は享保七（1722）年一月十三日に発見されたことがわかる。『綴術算経』（内閣文庫本）により，この公式は建部賢弘によって発見されたことがはっきりしている。また，文中の「賢明」（「かたあきら」と読む）（1661～1716）は賢弘の２番目の兄であり，最後の「もし賢明が生きておられれば，大いに賞賛していただけるであろうに。」という意味の一文からも，これを書いたのは建部賢弘であることは，ほとんど確実である。このとき，兄の賢明はすでに1716年に亡くなっていた。

このように，『綴術算経』に記された公式を発見したときの言葉が書かれており，しかも兄賢明のことも書かれていることから，『弧背截約集』は建部賢弘の著であることは，ほとんど決定的であると考える。正月十三日というのは内閣本『綴術算経』の序文の日付（一月七日）と矛盾するが，このことは前稿 pp.31～33 に詳しく書いた。将軍吉宗に献上する際，縁起のよい日に序文を書いたことにするということは十分ありえることと考える。

（この文章から上記の公式を発見したときの賢弘の言葉を知ることができる。その公式は享保七年壬寅正月十三日にまちがいなく賢弘自身によって「忽然トシテ会シ得」られたこと，兄の賢明が生きていれば，賢弘は真っ先にその発見を賢明に報告したかったことがわかる[1]。）

以上が，『弧背截約集』を建部賢弘の著と考える主な根拠である。（詳細は前稿を参照されたい。）

３．『弧背率』（伊達本，私蔵本）の内容と『弧背截約集』との関係

３－１　『弧背率』（伊達本，私蔵本）の内容

『弧背率』（伊達本）は，藤原松三郎編『明治前日本数学史』第二巻（岩波書店，1983 年）p.350 には「建部の一部の抄本ではないか」とあるものの，関孝和の著という説もあり（前稿 p.26），従来，建部賢弘の著としてはほとんど注目されていなかったといってよい。

（１）累遍増約術を用いて定背（冪）を求める方法（伊達本，第一丁表～第二丁表）

これは，『大成算経』巻十二の「弧率」に記されている背冪を求める計算と同じ方法であるが，用語は異なっている。『弧背率』の用語は『弧背截約集』上に記された円周（率）の計算方法の説明で用いられている用語と同じであり，その説明文も非常に類似している。

（２）矢に対する背と背冪の表（伊達本，第二丁裏～第六丁裏）

矢一分から一分おきに，矢五寸まで，50 件の矢に対する背と背冪の値を与えた表がある。ただし，33 件の背しか計算されていない（その中でも背冪が空欄になっているところがある）。残りは空欄にな

っている。その33件のうち，大部分の背は25桁までの計算値が記されているが，矢三分（12桁），六分（11桁），七分（12桁），八分（16桁），一寸七分（12桁），一寸八分（12桁）の6件については11桁～16桁までしか計算されていない。したがって，25桁まで計算されている背は27件のみである。

（3）「求背元術」と「以背求矢式」（第七丁表～第八丁表）

ここには「求汎背冪」，「求再乗較」，「求四乗較」という矢と径を与えて背冪を計算する近似公式が記されている。これは現代の数式で表すと，『弧背截約集』中に記されている下記の(2)，(3)，(4)式とまったく同じ公式であり，その文も同じである。

「求汎背冪」

$$s^2 = 4cd + \frac{4}{3}c^2 \qquad \cdots(2)$$

「求再乗較」

$$s^2 = 4cd + \frac{4}{3}c^2 + \frac{c^3}{d - \frac{9}{14}c} \times \frac{32}{45} \qquad \cdots(3)$$

「求四乗較」

$$s^2 = 4cd + \frac{4}{3}c^2 + \frac{c^3}{d - \frac{9}{14}c} \times \frac{32}{45} + \frac{c^3}{d - \frac{9}{14}c} \times \frac{32}{45} \times \frac{c^2}{d^2 - 1.19520789cd + 0.25766c^2} \times \frac{43}{980} \qquad \cdots(4)$$

また，「以背求矢式」として，半背冪と径を与えて矢を求める方程式に相当する公式（「自乗之法」と「再乗之法」）が与えられている。

「自乗之法」

$$c^2 + 3cd - 3\left(\frac{s}{2}\right)^2 = 0 \qquad \cdots(5)$$

「再乗之法」

$$-23c^3 - 195dc^2 + \left\{405\left(\frac{s}{2}\right)^2 + 630d^2\right\}c - 630d\left(\frac{s}{2}\right)^2 = 0 \qquad \cdots(6)$$

（原文では630の0が欠落している。また，(5)式は(2)式を，(6)式は(3)式を変形したものである。）

これらの公式は建部賢弘の著と考えられる『暦考雑集』（天理図書館蔵，440-イ 13-49，50，51）に記されている，あるいは，用いられている公式である。（拙稿「建部賢弘の著と考えられる『暦考雑集』」，『数学史研究』151号，1996，pp.33～34参照）これらが，『弧背截約集』に記されていないのは，『弧背截約集』下巻に記されているような直接矢を求める公式を後になって求めることができたからであろう。

（4）截砕之法（第八丁裏）

ある矢に対する背を立成にあるそれに近い長さの矢と半弦から求める方法を記している。その文章は，『弧背截約集』中の第七丁裏にある「截砕之法」とまったく同じである。（ただし，訓点や送り仮名の違いや有無を除く）

（5）求報背法（第九丁表～第十丁表）

累遍増約術によって求めた矢1寸などの背から，累遍増約術を用いずに次々に別の矢に対する背を求める方法を述べたものである。

「矢弦各整者」（矢と弦が有限小数の場合）

矢1寸の背 → 矢3.6寸の背（この矢に対する背は，矢1寸の背の2倍の背になっている）

矢１寸の背の倍背　→　矢２分の背（矢１寸の倍背を半円から引いたものが矢２分の背）
矢１分の背の倍背＋矢１寸の背　→　矢3.24寸の背
矢１寸の背－矢２分の背　→　矢0.32寸の背
矢0.32寸の背の倍背＋矢0.2寸の背　→　矢2.312寸の背
矢3.6寸の背－矢0.32寸の背の倍背　→　矢0.784寸の背
矢0.784寸の背の倍背＋矢0.32寸の背　→　矢4.6208寸の背
矢3.24寸の背－矢0.784寸の背の倍背　→　矢0.0144寸の背

「矢整（弦不整）者」（括弧内は割書，矢は有限小数で，それに対する弦は無限小数の場合）

図１において，EFを与えられた矢とし，それに対する背BCもわかっているものとする。その矢EFに対する背BCの２倍の背ACに対する矢BDは，径矢弦の術$BC^2=BD\times d$，$BC^2=4EF(d-EF)$により，

$BD=\dfrac{BC^2}{d}=\dfrac{4EF(d-EF)}{d}$として求める。（$d$は円の直径）

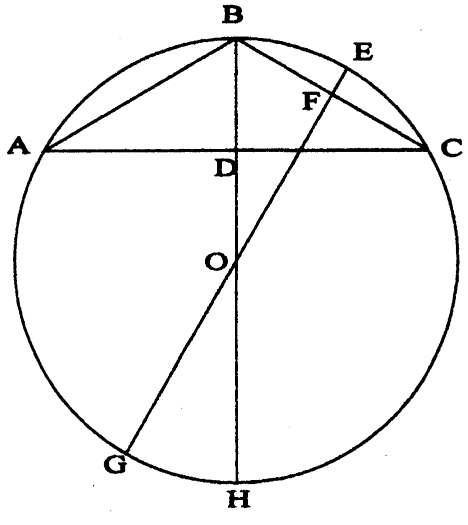

図１

例として，矢0.5寸の場合，その背の値がわかっているとして２倍した背をまず計算する。その２倍の背に対する矢は4×0.5×（10－0.5）／10＝1.9寸となる。このようにして次々に２倍の背に対する矢の長さを求めていく。もし２倍した背が半円周より大きくなる場合は，全円周から引く。また，矢が半径より大きくなる場合は直径より引く。それに続いて，ある矢に対する背の３倍の背に対する矢を求める方法が記されている。以上の方法は『弧背截約集』中の「求弧四術」の中の「倍術」に含まれる方法と同じである。（前者は前稿pp.10～11の(9)式，後者は前稿(10)式と同じ）これらの方法と同じ方法が建部の著とされる『弧背術』下の「倍術」のところに記されている。

※ここで注意しておきたいことは，建部賢弘『研幾算法』（1683年刊）の解説書である『研幾算法演段諺解』の第１問のところにある背冪を求める近似公式

$$s^2=(5599232\,c^5-715920\,c^4d+4081524\,c^3d^2+6021104\,c^2d^3+18393267\,cd^4-81d^5)/(4596840\,d^3) \quad \cdots(7)$$

について，佐藤賢一「建部賢弘著『研幾算法』の研究」（『科学史・科学哲学』No.13，東京大学　科学史・科学哲学研究室，1996，pp.26～40）p.31や竹之内脩『研幾算法と研幾算法演段諺解』（近畿和算ゼミナール［9］，2004）p.7に単位を寸として，0.2，1，2，2.5，3.6，5の６件の矢に対する背冪の値と合うことが記されている。そして，どのデータを用いてこの近似公式を導出したのかについては前者では「6つのサンプルの中のどれかであろうことは想像がつく」とあり，後者では単位を尺として「0.1，0.2，0.25，0.3，0.5の値は自然であるが、0.02，0.36は、やや不自然で、どうしてこの値が用いられたのであろうか」とあって結論が出ていない。上記の「求報背法」によれば，0.2寸と3.6寸に対する背が求められており，上記の６つのデータはいずれも必然性がある。筆者はこれら６件すべてが導出に使われたものと考えている。このことから「求報背法」の少なくとも一部分は『研幾算法』が出版された1683年以前までさかのぼる可能性がある。

この近似公式(7)は矢が５寸のとき，$(355/113)^2\times(d/2)^2$（これは$\left(\dfrac{\pi}{2}\times d\right)^2$の近似値）となるようにした公式と推定される。なぜなら，そのような公式の導出方法は『大成算経』巻十二や『弧背術』上にも見られるからである。（前稿p.18参照）

（６）接術（第十一丁表～第十二丁表）（第十丁裏は白紙）

原文に「接術」という語はないが，ここに記されている方法すべては『弧背截約集』中の「求弧四術」の「接術」とまったく同内容である。前半は
JI=c_1，AC=a_1，EF=c_2，AB=a_2，EK=c_3，CD=a_3とすると，c_1，a_1，c_2，a_2を与えて，c_3，a_3を

$$c_3 = \frac{a_1 a_2 (d-2c_1) + a_1^2 (d-2c_2)}{d^2} + c_2 \qquad \cdots(8)$$

$$a_3 = \frac{2\{a_1 (d-2c_1)(d-2c_2) - a_1^2 \cdot a_2\}}{d^2} + a_2 \qquad \cdots(9)$$

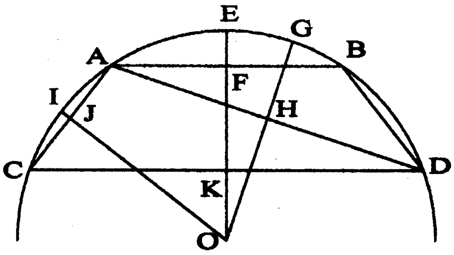

図2

という計算から求めている。
　また，JI=c_1，AC=a_1，GH=c_2，AD=a_2，EK=c_3，CD=a_3
として，c_1，a_1，c_2，a_2を与えて，c_3，a_3を

$$c_3 = \frac{d^2 + a_1 \times a_2 - (d-2c_1)(d-2c_2)}{2d} \qquad \cdots(10), \qquad a_3 = \frac{a_1(d-2c_2) + a_2(d-2c_1)}{d} \qquad \cdots(11)$$

という計算から求めている。
（筆者は前稿 p.10 において，「「接術」の後半部分の説明は『弧背率』の最後にある」と記したが，前半部分も（表現は異なるが）『弧背率』にあることを付記しておく。）

3－2　『弧背率』（伊達本，私蔵本）と『弧背截約集』との関係

『弧背截約集』下の第十三丁裏の最初に
「元禄年中ニ弧矢一分ツヽ増テ$\boxed{\text{五十件}}$ノ立成ノ数ヲ造ラントシテ過半求テ止ス。
　故ニ今，小弧ヲ損益シテ残レル二十餘件ノ数，悉ク求補テ五十件ノ数全ク成レリ。
　即，其損益スル所ノ小弧ノ数，如レ左」（□で囲んだ部分は虫損があり，筆者が補った。）
とある。続いて，矢二分と三分，五分と六分，六分と七分など 22 件について，それぞれの矢に対する背の差の小背に対する小矢とその自乗の値，小背とその自乗の値を記している。上記の『弧背率』(２)の表には，矢一分から一分おきに，矢五寸まで，それぞれの矢に対する背と背冪を与えた表があるが，50 件のうち，25 桁の背の長さを与えているのは 27 件で「過半求テ止ス」という文を符合する。そして，残り 23 件のうちの 22 件は『弧背截約集』下の最後にある 22 件の計算からすべて求めることができる。あとの 1 件は矢八分に対する背であるが，これは『弧背率』では 16 桁の値「五寸七三五一三一〇四四二三〇九六七」が記されている。一方，『弧背截約集』中の最初にある表では矢に対する半背が与えられており，『弧背率』の表値のちょうど半分の値である「二寸八六七五六五五二二一一五四八三五」となっていて，他の矢に対する半背の値より桁数が少なくなっている。このことから，『弧背截約集』中にある表は元禄時代に「過半求テ止ス」とある未完成であった『弧背率』の表を完成させたものと断定してよい。筆者は『弧背截約集』上の円周率の計算の後にある矢に対する弧の計算は，『弧背率』の表の背などを求めるための計算と推測しており，このことが正しければ，その計算に上記『弧背率』(４)の「截碎之法」や(３)の「求再乗較」や「求四乗較」（上記(4)，(5)式に相当）が用いられており，これらもすでに元禄時代に得られていたものということになる。
　次に上記『弧背率』(５)には『弧背截約集』中で「倍術」と呼ばれる方法が，そして，『弧背率』(６)では『弧背截約集』中で「接術」と呼ばれる方法が記されている。「倍術」，「接術」は『弧背截約集』中の「求弧四術」に含まれているが，「求弧四術」の最初には，「求弧四術　享保改之造ニ立成数一者専用レ之」とある。（これら四術は『弧背術』下などの「造立成元数術」のところにある「倍術」，「折術」，「接術」，「截術」と同じである。与えられている例題の数値までも同じである。）これら四術は享保時代に改められたということは，それより前の時代に考えられていたものを改訂したことを意味する。実際，『弧背率』

では「接術」にあたる部分の例題の解答に誤りがあり，「求弧四術」のうち，「折術」，「剡術」がないことから，筆者は，建部が元禄時代に『弧背率』に記した方法を増補改訂したものが『弧背截約集』中の「求弧四術」であると推測している。

また，『弧背率』（1）の累遍増約術については，『大成算経』巻十二で使われているので，元禄時代までには成立していたと考えてよいであろう。

以上の仮説が正しければ，『弧背率』の少なくとも（1），（2）の表，（5）の後半（「倍術」に相当），（6）は元禄時代に成立したものと考えられる。上記『弧背率』（5）の「求報背法」の前半で求められている矢2分と矢3.6寸に対する背は『研幾算法』(1683) の第一問で使われている可能性があり，もしそうだとすれば，この部分（(5) の前半）は天和時代（1681.9.29〜1684.2.21）か，それ以前までさかのぼる可能性さえある。

また，もし『弧背率』全体が元禄時代までに成立していたものとすれば，建部賢弘が元禄時代にどこまで円理の研究が進んでいたかを知ることができるということになる。

『弧背率』の構成は一見断片的にみえるが，『弧背截約集』から以下のような内容であったことが判明する。まず，『弧背率』（1）に記した累遍増約術によって，矢一分，矢一寸などに対する背を計算する。次に，累遍増約術という手間のかかる方法を用いずに（5）の「求報背法」により，上記のような矢に対する背を求め，さらに，その値を用いて（4）の「截碎之法」および（3）の「求再乗較」，「求四乗較」などから，それ以外の矢に対する背を次々に計算する。このように大部分は上記（2）の立成表を作るための解説だったということができる。それに続く，「接術」に相当する計算については，『弧背截約集』の「求弧四術」として増補改訂され，その後，さらに『弧背術』下に「造立成元数術」としてまとめられたものであろう。同様な内容が建部の著とされる『算暦維考』にもある。これは『弧背術』下や『算暦維考』では正弦・正矢などの表（三角関数表）を作るために用いられる。

このように，『弧背率』は天文暦学に必要な立成表を作るための解説書を作ることを意図していたが，未完成に終わっていたものということができよう。それを完成させたものが，『弧背術』下巻（弧矢弦の術の天文暦学への応用について書かれている）であると推測される。

※『弧背率』が建部賢弘の著である根拠は以上のことから

①（2）の表は『弧背截約集』下から，建部が元禄時代に作りかけて未完成であった表であるとほぼ断定できること。そして，その表を作るために「求報背法」，「截碎之法」，「求再乗較」，「求四乗較」などが用いられていると推測されること。

②（1）の累遍増約術は『綴術算経』から建部が考案したものであり，その方法は『大成算経』巻十二に記されたものと同じであること。

③（6）の内容は『弧背截約集』中の「求弧四術」のうち「接術」と同じ内容で，それは『弧背術』下の「接術」とも同じであり，例題に使われている数値も同じであること。また，（5）には「求弧四術」のうちの「倍術」も含まれていること。

などである。

4．『弧背術』（日本学士院蔵，8898）の内容と『弧背截約集』との関係

4−1　『弧背術』の内容

上巻の内容（以下で，中，下のあとの（　）内の数値や公式の番号はことわりのない場合，前稿参照）

上（1）以矢径求背真術，乗除率起源，乗除原率

『弧背截約集』中（5）（前稿 pp.12〜14）の $(d\arcsin x)^2$ の無限級数展開式に相当する半背冪の公式（(19) 式（本稿 (1) 式）に相当）と同じ公式

上（2）擡径元術

『弧背截約集』中（6）（前稿 pp.14〜17）に記した (6) 式に相当する公式

上（３）立版弧など

『弧背截約集』中（７）（前稿 pp.17〜19）に記した（21）式に相当する公式の詳細な導出方法

上（４）以矢径求背括術

『弧背截約集』中（７）（前稿 pp. 17〜19）に記した（23）式に相当する公式

下巻の内容

下（１）求弧雑術（自乗差術，再乗差術，三乗差術，四乗差術）

最初に「暦法造術専用之者弧術也」とある。

$$\text{自乗差術：}\left(\frac{s}{2}\right)^2 = cd + 0.4674011c^2 \quad \cdots(12)$$

再乗差術，三乗差術は，それぞれ，『弧背截約集』中（３）（前稿 pp.9〜10）に記した（7），(8) 式に相当する公式（ただし，半背冪を求める公式になっており，数値係数に誤りがある）。四乗差術は略す。

下（２）以背径求矢原術（原数原術）

『弧背截約集』下（１）（前稿 pp.19〜20）において導出方法が記されている(24)式に相当する公式。

下（３）換径密術

『弧背截約集』下（４）（前稿 pp.22〜23）に記した（28）式に相当する公式。その公式の説明中に割書で説明されている元術は，上記『弧背截約集』下（２）（前稿 pp.20〜23）に記した(25)式に相当する公式である。

下（４）累折術

ある矢に対する背を求めるのに，まず，その 1/2（一次折），あるいは 1/4（再折），あるいは 1/8（三次折）の背を求めて，それぞれ，2 倍，4 倍，8 倍して目的の背を求める方法などを説明している。

下（５）造立成元数術

倍術，折術，接術，截術（これは，上記『弧背截約集』中の「求弧四術」と同じ）を用いて，立成表を作る方法を説明している。『弧背截約集』には，立成表の作り方の説明はない。

下（６）立成元数

11 桁の正弦・正矢の表に相当する表とその表値を用いた補間法の説明がある。

下（７）損益小弧法

矢 1 分から 1 分（0.1 寸）おきに，5 寸まで 50 件のそれらの矢に対する半背（15 桁），弦冪の値を記した表がある。表中の半背あるいは矢の値に近い半背や矢を表中の値を用いて求める方法を損益小弧法と呼んでいる。この損益小弧法は『弧背截約集』下や『暦考雑集』中に用いられている。『暦考雑集』中の損益小弧法を用いた計算（「求弧矢数」第五丁裏〜第六丁裏）のあとに「右ハ享保丙午年二月廿四日改之」とあることから，損益小弧法とそれに必要な表は遅くとも享保十一年（1726）までには成立していたことがわかる。西洋から八線表（三角関数表）が初めて輸入されたのは，享保十二年であることを注意しておきたい。

また，ここにある表の半背の値には『弧背截約集』上（３）（前稿 p.6）の端数の記法（「不尽十二等」）が用いられている。その矢八分の値は「二寸八六七五六五五二二一一五四八少強」となっているが，正確には，2.86756552211548376590 であるから，『弧背截約集』上（３）の「不尽十二等」から「半弱」となるはずである。しかし，『弧背截約集』中（１）（前稿 p.7）の表では，「二寸八六七五六五五二二一一五四八三五」となっており，これを用いれば，確かに「少強」となるのである。このことからも，『弧背術』下の最後の表は『弧背截約集』中（１）の表から作られた可能性が高いといえるであろう。

『弧背率』の未完成の表（元禄時代） → 『弧背截約集』中の表（享保時代に完成） → 『弧背術』下の表（享保 11 年までに『弧背截約集』中の表より作成）

4－2 『弧背截約集』と『弧背術』の関係，および，『弧背術』の著者について

以上のように，『弧背術』の上巻，下巻ともに，その大部分（特に，上巻についてはすべて）が『弧背截約集』に含まれている。日本学士院蔵『弧背密術』（請求番号 1418）（内容は『弧背術』とほぼ同じ）の表紙見返には現代になってから貼られたと考えられる付箋に「…求弧雑術以下終尾まで中根父子の間に成るもの…」などと記されている。（文中「求弧雑術以下」は『弧背術』下巻の内容）どのような根拠があって，これが書かれたのかは全く不明である。また，京都の伊佐家に所蔵される『再奉答弧背真術』の村井中漸（1708～1797）の序文（宝暦十三（1763）年）には，『弧背術』について，「関氏建部氏製する所に非ずして，此乃ち其の後に出づる者にて，白山，晩年に編述する所か。其の自来する所を知らざるなり。」（原文漢文，文中「白山」は中根元圭を指す）などと記されており，中根彦循（元圭の子）の弟子の頃には，もう誰の著かわからなくなっていたようである(2)。このような説もあったが，上記のように大部分が『弧背截約集』に含まれているのであるから，『弧背截約集』が建部賢弘の著であるならば，『弧背術』も建部の著と考えてよいであろう。

5．おわりに

『弧背截約集』の発見により，『弧背率』は元禄時代の建部の著と推定され，『弧背率』を深く研究することによって，建部が元禄時代にどこまで円理の研究を進めていたかがわかる可能性がある。また，『弧背術』の内容のほとんどは『弧背截約集』に含まれ，上記のように異説もあった『弧背術』（の特に下巻）の著者も建部である可能性がたいへん大きいことがはっきりしたと考える。今回，『弧背截約集』，『弧背率』，『弧背密術』の 3 書が同時に発見されたことにより，これら 3 書の密接な関連がよりはっきりしてきたといえよう。

注

(1) 文献 5 の下の三十五丁表～三十七丁表「建部彦次郎賢弘伝」のところで，賢明は「太夕聡明ニシテ数理一貫ノ道ヲ深ク悟得テ，又暦術天文各其ノ蘊奥ヲ極ム。其稟性タル也孝和ニ不劣，却テ暗ニ分合ノ諸数ヲ量リ，速ニ進退ノ象技ヲ成ス事，其妙最モ師ニ超タリ。」と記しており，一方，賢弘は『綴術算経』（内閣本）の二十五丁裏で「賢明カ生知孝和ニ並リ」，二十六丁裏で「其心ニ従フト不ル従ヘトノ意ノ実ヲ識者ハ賢明乎。」と記し，三十八丁裏では関孝和の零約術を改良したことが書かれているなど，賢明と賢弘はお互いにほめ合っており，この 2 人は仲が良かったことが知られる。このことから，「賢明，世ニ在サハ甚称美シ玉ハンコトヲ」と記されていることは頷ける。

(2) 近畿数学史学会『和算』（第 103 号，2005 年 3 月）pp.1～8 の拙稿「伊佐家所蔵『再奉答弧背真術』の村井中漸の序文について」参照。この序文から村井中漸は「不知所其自来也」としているものの，『弧背術』を中根元圭が著したものと推測していたことがわかる。

文献（本文に明記したものは略す）

1．小川束・平野洋一著『数学の歴史』（朝倉書店，2003）
2．小松彦三郎「綴術算経の異本と成立順序」，『数理解析研究所講究録』1130，（2000 年），229-244 頁
3．『弧背術解』（写本，宮城県立図書館，伊達文庫蔵，請求番号 KD090/ヒ 5/474・386）
4．『弧背率解』（写本，宮城県立図書館，伊達文庫蔵，請求番号 KD090/ヒ 5/474・165）
5．建部賢明『六角佐々木山内流建部氏伝記』（写本，正徳五（1715）年三月序，日本学士院蔵，請求番号 5972）
6．横塚啓之「『算暦雑考』における矢の長さの求め方について」（「数学史研究」通巻 143 号，1994 年）
7．佐藤健一『建部賢弘の『算暦雑考』』（研成社，1995）